

Adam Waszkowski¹

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych,
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Warszawa

Wielomianowy uporządkowany model logitowy w prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw

Logit model for categorical dependent variables in forecasting enterprise financial distress

Synopsis. W pracy poddano próbie budowę wielomianowego uporządkowanego modelu logitowego zagrożenia finansowego przedsiębiorstw. W tym celu wykorzystano dane finansowe z 36 spółek, którym przypisano przynależność do jednej z trzech klas: zagrożonych bankructwem, o nieokreślonej sytuacji finansowej oraz o poprawnym standingu. Zbudowane modele zostały zweryfikowane pod względem poprawności statystycznej, a ich zdolność predykcyjna została określona na podstawie macierzy klasyfikacji.

Słowa kluczowe: zagrożenie finansowe przedsiębiorstw, wielomianowe uporządkowane modele logitowe, macierz klasyfikacji.

Abstract. The aim of this study was to construct a logit model for categorical dependent variables denoting enterprise financial distress. In this case, financial data of 36 companies were used. A membership in one of three classes: a risk of bankruptcy, an unspecified financial situation or a correct standing was attributed to each company. Constructed models were checked for statistical accuracy and their predictive ability was determined by a classification matrix.

Key words: financial distress, logit model for categorical dependent variables, classification matrix

Wprowadzenie

Teoria cyklu życia przedsiębiorstwa zakłada etapy rozwoju jednostek od fazy wzrostu, przez względną stabilizację, aż do etapu schyłkowego. Ostatnia faza, która może prowadzić do bankructwa, zależy od wielu czynników, takich jak złożoność oraz dynamika zmian makrootoczenia czy struktura organizacyjna przedsiębiorstwa i szeroko rozumiane zarządzanie. Na pierwszą z grup czynników jednostka nie jest w stanie bezpośrednio oddziaływać. Druga zaś grupa zmiennych ma swój wyraz w rachunku zysków i strat przedsiębiorstwa. Przez analizę odpowiednich wskaźników przedsiębiorstwa są w stanie na bieżąco kontrolować aktualną sytuację finansową, z odpowiednim wyprzedzeniem oddziaływać na negatywny standing oraz odpowiednio wcześniej mu zapobiegać. Dlatego celem przeprowadzonych badań była budowa systemu wczesnego ostrzegania przed zagrożeniem finansowym, a w dalszej konsekwencji przed bankructwem.

¹ Mgr, e-mail: adam_waszkowski@sggw.pl

Modele zagrożenia finansowego i upadłości przedsiębiorstw

Duże zainteresowanie problematyką prognozowania zagrożenia finansowego i upadłości przedsiębiorstw, szczególnie w krajach rozwiniętych, zaowocowało powstaniem wielu modeli prognostycznych i klasyfikacyjnych. Polskie doświadczenia dotyczące budowy takich systemów wczesnego ostrzegania koncentrują się wokół kilku ośrodków naukowych. Można tutaj wymienić prace Hadasik [1998], Mączyńskiej i Zawadzkiego [2006], Prusaka [2005] czy modele Hołdy [2001]. Wszystkie one wykorzystujące liniową funkcję dyskryminacyjną. Przegląd polskich modeli do prognozowania bankructwa oraz ich weryfikację można znaleźć w pracy Kisielińskiej i Waszkowskiego [2010]. Modele logitowe w celu predykcji zagrożenia finansowego wykorzystywane były znacznie rzadziej. Przykładowe można znaleźć w pracy Gruszczyńskiego [2003], który swoje badania przeprowadził na bazie około 200 sprawozdań finansowych zebranych w ramach projektów badawczych KBN. Metodą ekspercką wybrał 23 przedsiębiorstwa znajdujące się w zdecydowanie złej sytuacji finansowej oraz 23 przedsiębiorstwa o dobrym standingu. Na ich podstawie oszacował dwumianowe oraz wielomianowe modele logitowe. Przegląd wybranych modeli zagrożenia finansowego z literatury światowej przedstawia tabela 1.

Tabela 1. Charakterystyki wybranych modeli logitowych

Table 1. Characteristics of selected logit models

Autor	Państwo	Wielkość próby	Próba	Inne cechy charakterystyczne
Ohlson	USA	105 upadłych i 2085 nieupadłych przedsiębiorstw	przedsiębiorstwa przemysłowe	do oszacowania modelu przyjęto znacznie mniejszą liczbę przedsiębiorstw upadłych w stosunku do liczby przedsiębiorstw niezagrażonych bankructwem
Żmijewski	USA	40 upadłych i 800 nieupadłych przedsiębiorstw	przedsiębiorstwa przemysłowe	do oszacowania modelu przyjęto znacznie mniejszą liczbę przedsiębiorstw upadłych w stosunku do liczby przedsiębiorstw niezagrażonych bankructwem
Zavgren	USA	90 przedsiębiorstw, z czego 45 uznano za upadłe i 45 za zdrowe	przedsiębiorstwa notowane na giełdzie	w zależności od liczby lat przed bankructwem wartość wag w tym modelu jest różna, model powstał z wykorzystaniem danych pochodzących z okresu 1972-1978
Platt	USA	brak danych	brak danych	uwzględnienie specyfiki sektorowej: w modelu wykorzystano wskaźniki względne (wskaźniki względne zostały wyznaczone jako relacja między określonymi wskaźnikami przedsiębiorstwa, a przeciętnymi wartościami tych wskaźników dla sektora)
Keasy, McGuinness	Wielka Brytania	86 przedsiębiorstw, w tym 43 o dobrej kondycji i 43 upadłych	brak danych	w zależności od liczby lat przed bankructwem wartość wag oraz typ zmiennych w modelu są różne, model powstał z wykorzystaniem danych pochodzących z okresu 1976-1984.

Źródło: opracowanie własne na podstawie literatury przedmiotu.

Wielomianowy uporządkowany model logitowy

Punktem wyjścia do rozważań nad wielomianowym uporządkowanym modelem logitowym jest zdefiniowanie zmiennej zależnej. Zmienna uporządkowana, podobnie jak zmienna nominalna, ma więcej niż dwie kategorie, ale między nimi występuje naturalny porządek. W przypadku badań przedstawionych w tym artykule zmienna objaśniana może przyjmować 3 stany: stan 1, do tej grupy zaliczane są przedsiębiorstwa o dobrej sytuacji finansowej; stan 2, grupę tę tworzą jednostki o nieokreślonej sytuacji oraz stan 3, obiekty zagrożone bankrutem o niepoprawnym standingu finansowym. Dokonując specyfikacji modelu uporządkowanego wychodzimy z założenia, że zmienna porządkowa y jest ograniczonym zapisem pewnej nieobserwowalnej zmiennej ciągłej y^* [Gruszczynski 2010], zaś zmienna ta jest liniową funkcją zmiennych objaśniających, zapisanych w wektorze x oraz nieznanymi parametrami zapisanych w wektorze β :

$$y_i^* = x_i' \beta + \varepsilon_i \quad (1)$$

gdzie $i: 1, 2, \dots, n$ oznaczają kolejne obiekty (przedsiębiorstwa). Przekształcenie zmiennej nieobserwowalnej na zmienną obserwowalną przyjmującą 3 wartości można dokonać dzieląc cały zakres zmienności zmiennej y^* na 3 przedziały oraz wyznaczając przy tym 2 punkty odcięcia oraz 3 wektory ich wartości. Zmienna obserwowalna y przyjmie zatem kolejną wartość (uporządkowaną), gdy wartości zmiennej nieobserwowalnej y^* przechodzą do kolejnego przedziału, czyli przekraczają kolejny element wyznaczonego wektora. Metody estymacji wielomianowego uporządkowanego modelu logitowego przedstawiają w swojej pracy szczegółowo Cameron oraz Trivedi [2009] oraz Winkelmann i Boes [2006].

Stosowanie uporządkowanego modelu logitowego wymaga, aby stosunek szans² uzyskanych za pomocą oszacowań parametrów nie zależał od wartości zmiennych objaśniających [Long i Freese 2001]. Nakazuje to na etapie weryfikacji modelu sprawdzenie, czy specyfikacja modelu nie jest zbyt restrykcyjna (zakłada się bowiem, że rozkład składnika losowego zależy tylko od wektora parametrów β). Weryfikacji założeń proporcjonalności szans można dokonać wykorzystując test Branta³ [Brant 1990].

Z punktu widzenia zastosowań modelu uporządkowanego najważniejszym kryterium jego poprawności jest zdolność klasyfikacyjna. Mając oszacowania parametrów oraz wartości zmiennych objaśniających można wyznaczyć prawdopodobieństwo przynależności każdej z obserwacji do poszczególnych kategorii zmiennej objaśnianej. Następnie na ich podstawie można przypisać każdej obserwacji prognozowaną kategorię. Stosowana jest w tym miejscu zasada największego prawdopodobieństw, zgodnie z którą daną obserwację przypisuje się do tej kategorii, dla której prawdopodobieństwo przynależności obserwacji jest największe. Dysponując prognozowaną przynależnością do kategorii można utworzyć tabelę klasyfikacji, tabelę krzyżową prawdziwej i

² Szansą określamy stosunek prawdopodobieństwa zajścia określonego zdarzenia do zdarzenia przeciwnego.

³ Hipoteza zerowa testu Branta wskazuje na spełnienie założenia proporcjonalności szans.

prognozowanej przynależności do zdefiniowanych kategorii. Na jej podstawie oblicza się podstawowe kryterium oceny zdolności predykcyjnej modelu, mianowicie zliczeniowy R^2 , będący frakcją obserwacji, dla których prognozowana kategoria zgadza się z rzeczywistością.

Wyniki empiryczne

Próba badawcza w prezentowanej pracy liczyła 36 spółek⁴, z czego 12 zagrożonych bankrutem (grupa nr 3), 12 o nieokreślonej sytuacji finansowej (grupa nr 2) oraz 12 o poprawnym standingu (grupa 1).

Tabela 2. Wskaźniki finansowe wykorzystane w analizie

Table 2. Indicators used in the analysis

Nr wskaźnika	Nazwa	Symbol
1	Marża zysku brutto ze sprzedaży	MZBS
1	Marża zysku operacyjnego	MZO
2	Marża zysku brutto	MZB
3	Marża zysku netto	MZN
4	Stopa zwrotu z kapitału własnego	SZKW
5	Stopa zwrotu z aktywów	SZA
6	Kapitał pracujący	KP
7	Wskaźnik płynności bieżącej	WPB
8	Wskaźnik płynności szybkiej	WPS
9	Wskaźnik podwyższonej płynności	WPP
10	Rotacja należności	RN
11	Rotacja zapasów	RZ
12	Cykl operacyjny	CO
13	Rotacja zobowiązań	RZOB
14	Cykl konwersji gotówki	CKG
15	Rotacja aktywów obrotowych	RAO
16	Rotacja aktywów	RA
17	Wskaźnik pokrycia majątku	WPM
18	Stopa zadłużenia	SZ
19	Wskaźnik obsługi zadłużenia	WOZ
20	Dług/EBITDA	DEBITDA

Źródło: opracowanie własne.

Klasyfikacja jednostek badawczych przebiegała w sposób ekspercki według następującego schematu: do przedsiębiorstw zagrożonych zaliczono te spółki, które w latach 2008-2010 w swojej działalności cechowały się wskaźnikiem płynności niższym niż

⁴ Dane finansowe spółek zebrano na podstawie publikacji serwisu Notoria za rok 2010.

wzorcowe⁵ 1,2 oraz osiągały ujemny wynik finansowy. Spółki grupy drugiej to przedsiębiorstwa, które w ostatnich trzech latach funkcjonowania osiągały bliski zerowemu wynik finansowy oraz graniczne wartości wskaźników płynności. Jednostki grupy pierwszej to spółki, które w analizowanym okresie wykazywały zysk netto oraz ich wskaźnik płynności bieżącej wahał się w przedziale 1,2 do 2,0.

Do analizy zebrano i wykorzystano przedstawione w tabeli 2 wskaźniki finansowe obliczone zgodnie z literaturą przedmiotu [Sierpińska i Jachna 2004].

Dobór zmiennych do wielomianowego uporządkowanego modelu logitowego został przeprowadzony w oparciu o analizę macierzy współczynników korelacji między zmiennymi. Ponieważ zmienna objaśniana jest zmienną zerojedynkową notowaną na skali nominalnej, dlatego w celu określenia zależności zmiennej objaśnianej i wskaźników finansowych obliczono współczynnik V-Cramera⁶. Wartość krytyczna współczynnika korelacji dla metody Nowaka⁷ na poziomie istotności 5% wynosi 0,329. Jeśli dwie zmienne objaśniające są skorelowane na poziomie wyższym od wartości krytycznej r^* , konieczna jest eliminacja jednej z nich, tej, dla której współczynnik V-Cramera pokazujący zależność zmiennej objaśnianej i objaśniającej jest niższy. Ostatecznie do modelu weszła zmienna SZKW o najwyższym współczynniku V-Cramera, następnie zmienne MZB, WPS, RN oraz DEBITDA⁸. W dalszym kroku oszacowano uporządkowany wielomianowy model logitowy, w którym zależna zmienna uporządkowana Y (przynależność jednostki badawczej do jednej z trzech klas) objaśniana jest przez zmienne: marża zysku brutto, stopa zwrotu z kapitału własnego, wskaźnik płynności szybkiej, rotacja należności oraz dług w stosunku do EBITDA. Wyniki estymacji uporządkowanego modelu logitowego przedstawia tabela 3.

Tabela 3. Wyniki estymacji uporządkowanego wielomianowego modelu logitowego, model z 4 zmiennymi

Table 3. Estimation results for logit model for categorical dependent variables, models with 4 variables

y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	95% confidence interval	
MZB	1,787569	2,586753	0,69	0,490	-3,282373	6,8575120
SZKW	-27,98297	8,263822	-3,39	0,001	-44,17977	-11,78618
WPS	-1,133576	0,6992567	-1,62	0,105	-2,504094	0,23694160
RM	-0,0250373	0,010563	-2,37	0,018	-0,0457404	-0,0043341
DEBITDA	0,0470277	0,0508654	0,92	0,355	-0,0526666	0,14672200
cut 1	-7,375667	2,712468				
cut 2	-1,670895	1,630719				

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Stata.

Na poziomie istotności 5% trzy zmienne: DEBITDA, WPS oraz MZB są nieistotne statystycznie, dlatego też postanowiono usunąć je metodą krokową wstecz z dalszej analizy. Wyniki dalszej estymacji przedstawia tabela 4.

Oszacowania parametrów pozwalają ocenić kierunek zależności pomiędzy jakościową zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi. Ujemne oceny parametrów przy

⁵ Na podstawie pracy Sierpińskiej i Jachny [2004].

⁶ Zastosowanie współczynnika V-Cramera przedstawia m.in. praca Walesiaka. [1996].

⁷ Opis metody Nowaka można znaleźć m.in. w pracy Kisielińskiej [2012].

⁸ Objasnienia symboli w tabeli 2.

zmiennych WPS oraz RN oznaczają odpowiednio, że im wyższa wartość rotacji należności oraz stopy zwrotu kapitału własnego, tym mniejsze zagrożenie bankructwem, co jest zgodne z ekonomicznym trade off. Aby móc stosować w praktyce wielomianowy uporządkowany model logitowy, należy zweryfikować hipotezę dotyczącą założenia proporcjonalności szans. Przeprowadzono test Branta w celu weryfikacji wspomnianego założenia. Wyniki testu przedstawia tabela 5.

Tabela 4. Wyniki estymacji uporządkowanego wielomianowego modelu logitowego, model z 2 zmiennymi

Table 4. Estimation results for logit model for categorical dependent variables, models with 2 indicators

y	Współczynnik	Odchylenie standardowe	z	P> z	95% przedział ufności	
SZKW	-21,00539	6,057757	-3,47	0,001	-32,87838	-9,132407
RN	-,018558	0,0079581	-2,33	0,020	-,0341556	-,0029605
cut 1	-4,574511	1,640477				
cut 2	0,415508	0,9395452				

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Stata.

Tabela 5. Test Branta proporcjonalności szans

Table 5. Brant test of parallel regression assumption

Zmienna	chi2	p>chi2	df
all	0,99	0,610	2
SZKW	0,39	0,530	1
RN	0,09	0,768	1

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Stata.

Na żadnym typowym poziomie istotności nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, zarówno testu łącznego (empiryczny poziom istotności statystyki wynosi 0,61), jak i testów indywidualnych (empiryczne poziomy statystyk dla zmiennych SZKW oraz RN wynoszą odpowiednio 0,530 oraz 0,768), co oznacza, że założenie proporcjonalności szans jest spełnione. Specyfikację wielomianowego uporządkowanego modelu logitowego można uznać zatem za poprawną.

Zdolność predykcyjną modelu oceniono na podstawie tabeli klasyfikacyjnej (tabela 6).

Tabela 6. Tabela klasyfikacji

Table 6. Classification matrix

Przynależność rzeczywista Y	Prognoza przynależności do grupy			
	1	2	3	razem
1	10	2	0	12
2	3	7	2	12
3	0	1	11	12
Razem	13	10	13	36

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Stata.

Łatwo zauważyć, że wartości na przekątnych w tabeli 6 są największe, co świadczy o dobrych zdolnościach predykcyjnych modelu. Zliczeniowy R^2 , czyli stosunek liczby poprawnie zaklasyfikowanych przedsiębiorstw, równej 28, do liczby wszystkich 36 obserwacji wynosi 77,8%. Gdyby model zaklasyfikował wszystkie obserwacje do jednej grupy, wówczas zliczeniowy R^2 byłby równy 33,3%, a więc znacznie mniej, co przemawia na korzyść modelu. Ważnym jest fakt, że model nie zaklasyfikował żadnego przedsiębiorstwa, potencjalnego bankruta, do grupy jednostek o poprawnym standingu oraz odwrotnie. Najwięcej błędnych klasyfikacji odnotowano w przypadku przedsiębiorstw zaliczonych do grupy 2.

Interpretacji uzyskanych ocen parametrów strukturalnych dokonano w oparciu o efekty krańcowe dla zmiennych. Otrzymane wyniki (tabela 7) wskazują, że krańcowy przyrost stopy zwrotu z kapitału powoduje ceteris paribus spadek prawdopodobieństwa, że dane przedsiębiorstwo należy do kategorii przedsiębiorstw zagrożonych bankructwem o około 9,94%. Dodatkowo marginalny przyrost rotacji należności powoduje, przy innych warunkach stałych, spadek prawdopodobieństwa, że dane przedsiębiorstwo upadnie, o 0,036%.

Tabela 6. Efekty krańcowe

Table 6. Marginal effects

Zmienna	dy/dx	Odchylenie standardowe.
SZKW	-0,0994249	0,48788
RN	-0,0035289	0,00166

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Stata.

Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono wielomianowy uporządkowany model logitowy, który został zbudowany w celu prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw. W rozdziałach początkowych pracy przedstawiono dyskusję na temat pojęcia upadłości przedsiębiorstwa, bankructwa oraz niewydolności finansowej. Omówiono wybrane modele prognozowania tychże etapów życia przedsiębiorstwa oraz przedstawiono ich charakterystyki.

W rozdziale empirycznym pracy pokazano, że logitowy uporządkowany model wielomianowy stanowi dobre narzędzie prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw. Uzyskany współczynnik poprawnych klasyfikacji na poziomie blisko 78% jest zadowalający. Uporządkowany model logitowy jest zatem dobrą alternatywą wobec często wykorzystywanej liniowej funkcji dyskryminacyjnej czy też nieparametrycznych modeli data miningowych, jak sztuczne sieci neuronowe.

Literatura i źródła

Brant R. [1990]: Assessing proportionality in the proportional odds model for ordinal logistic regression. *Biometrics* nr 4/46, ss. 1171-1178.

- Cameron A., Trivedi P. [2005]: *Microeconometrics. Methods and Applications*. Cambridge University Press, Nowy Jork.
- Gruszczyński M. [2010]: *Mikroekonometria. Modele i metody analiz danych indywidualnych*. Wolters Kluwer, Warszawa.
- Hadasik D. [1998]: Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania. *Zeszyty naukowe. Seria II, Prace habilitacyjne*, z. 153.. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu.
- Hołda A. [2001]: Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z_{H1} . *Rachunkowość* nr 5.
- Kisielińska J. [2012]: *Podstawy ekonometrii w Excelu*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Kisielińska J., Waszkowski A. [2010]: Polskie modele do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw i ich weryfikacja. *Zeszyty Naukowe SGGW seria Ekonomia i Organizacja Gospodarki Żywnościowej* nr 82.
- Long J., Freese J. [2006]: *Regression models for categorial dependent variables using Stata*. Stata Press College Station, Texas.
- Mączyńska E., Zawadzki M. [2006]: Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw. *Ekonomista* nr 2.
- Prusak B. [2005]: *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstwa*. Difin, Warszawa.
- Sierpińska M., Jachna T [2004]: *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*. PWN, Warszawa.
- Walesiak M. [1996]: *Metody analizy danych marketingowych*. PWN, Warszawa.
- Winkelmann R., Boes S. [2006]: *Analysis of microdata*. Springer, Berlin.