

Dorota Koziol¹

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych

Wojciech Zieliński²

Katedra Ekonometrii i Statystyki

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego

Warszawa

Prognoza optymalnego terminu sadzenia sałaty w uprawach szklarniowych

Forecast of optimal term of planting lettuce in the greenhouse cultivation

Synopsis. W naukach ekonomiczno-rolniczych często pojawia się problem optymalizacji, czyli wyznaczenia najlepszego rozwiązania z punktu widzenia określonego kryterium (np. wielkości kosztów, wielkości produkcji, wielkości zysku, wydajności itp.). Zadania optymalizacyjne pojawiają się nie tylko w rozważaniach teoretycznych, ale również, a może przede wszystkim, dotyczą praktyków. Przykładem takiego zagadnienia jest omawiany w niniejszej pracy problem maksymalizacji zysku ze sprzedaży sałaty masłowej uprawianej w szklarniach w okresie jesienno-zimowym. W przeprowadzonych badaniach obserwowany był zysk z uprawy i sprzedaży sałaty w zależności od terminu jej wysadzenia. Głównym celem było oszacowanie optymalnego terminu sadzenia sałaty w przypadku, gdy nie są spełnione założenia klasycznej metody najmniejszych kwadratów. Sałata posadzona w tym terminie powinna osiągnąć z góry założoną masę handlową główki w momencie, w którym zysk będzie maksymalny.

Słowa kluczowe: optymalizacja, przedział ufności, punkt maksimum

Abstract. The problem of optimization of the term of planting greenhouse lettuce is considered. The main aim was maximization of a profit function (economic surplus). Profits from lettuce production and sale in dependence of the term of planting were observed. The problem consists in estimation of the optimum term of planting lettuce. Lettuce planted in this term should reach the required weight in the moment, in which the profit from its sale will be maximal.

Key words: optimization, confidence interval, point of maximum

Wstęp

W Polsce sałatę głowiastą (najczęściej masłową) uprawia się w szklarniach przezaważanie jesienią i zimą, jako poplon lub przedplon warzyw, które mają wyższe wymagania świetlne i termiczne. Okres jesienno-zimowy zaczyna się z dniem 1 września i kończy się 31 marca. Uprawa sałaty w tym sezonie ma na celu efektywne wykorzystanie powierzchni szklarni. Ze względu na to, że ceny sałaty w badanym okresie bardzo zmieniają się i są wysokie (zwłaszcza w miesiącach na przełomie roku), powstaje pytanie, kiedy powinien nastąpić zbiór sałaty, by zysk z jej uprawy i sprzedaży był maksymalny.

¹ Dr, ul. Nowoursynowska 166, 02-787 Warszawa, e-mail: dorota_koziol@sggw.pl.

² Dr hab., ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa, e-mail: wojciech_zielinski@sggw.pl.

Żeby móc odpowiedzieć na to pytanie należy zbadać, kiedy powinno się posadzić sałatę, aby w odpowiednim terminie (gwarantującym najwyższą cenę i najniższe koszty uprawy) była gotowa do zbioru. Nie oznacza to bynajmniej, że sugerujemy, aby zaplanować produkcję sałaty ograniczającą się wyłącznie do jednego zbioru w okresie jesienno-zimowym. Niemniej jednak ustalenie optymalnego ze względów ekonomicznych terminu sadzenia sałaty może być pomocne w takim zaplanowaniu produkcji, aby największe zbiory wypadły właśnie w okresie przynoszącym największy zysk.

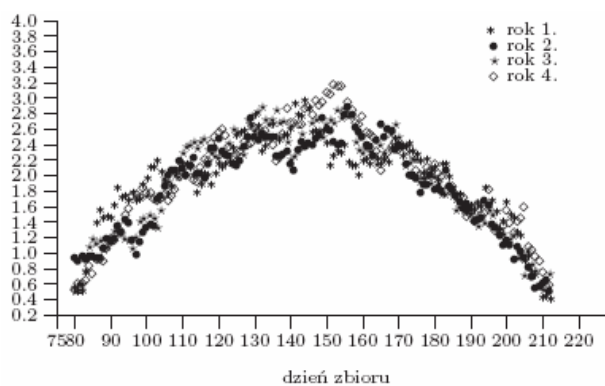
W literaturze można znaleźć opracowania dotyczące ustalenia optymalnego terminu sadzenia sałaty ze względu na wielkość zbioru w przypadku, gdy są spełnione założenia klasycznej metody najmniejszych kwadratów (MNK). Nie ma jednak rozwiązań biorących pod uwagę czysto ekonomiczny punkt widzenia oraz dla sytuacji, gdy założenia MNK nie są spełnione.

Celem pracy jest oszacowanie optymalnego pod względem ekonomicznym terminu sadzenia sałaty w przypadku, gdy nie są spełnione klasyczne założenia MNK.

Prognoza optymalnego terminu

W pracy omawiana jest uprawa szklarniowa sałaty w okresie jesienno-zimowym, czyli w okresie od 1 września do 31 marca. Przez termin sadzenia sałaty oznaczono liczbę dni od początku badanego okresu (01.09) do daty sadzenia. Podobnie, przez dzień zbioru oznaczono liczbę dni od początku badanego okresu do daty zbioru. Na przykład, jeżeli zbiór przypadł na 25.11, był to 86 dzień licząc od 01.09.

Badany w pracy zysk (nadwyżka ekonomiczna) rozumiany jest jako różnica pomiędzy przychodem ze sprzedaży (wartością produktu głównego) a kosztami poniesionymi na uprawę.



Rys. 1. Cena główki sałaty w zależności od dnia zbioru, zł/szt.

Fig. 1. Price of lettuce depending on the term of harvesting, PLN/head

Źródło: badania własne.

Przewidywany przychód zależy od ceny uzyskanej za główkę sałaty, a także od wielkości sprzedaży. Dla uproszczenia przyjęto, że w ciągu jednego dnia sprzedano cały plon sałaty. Aby określić wielkość plonu założono, że szklarnia ma wymiary 20m x 50m, czyli powierzchnia całkowita szklarni wynosi 1 000 m², a powierzchnia użytkowa

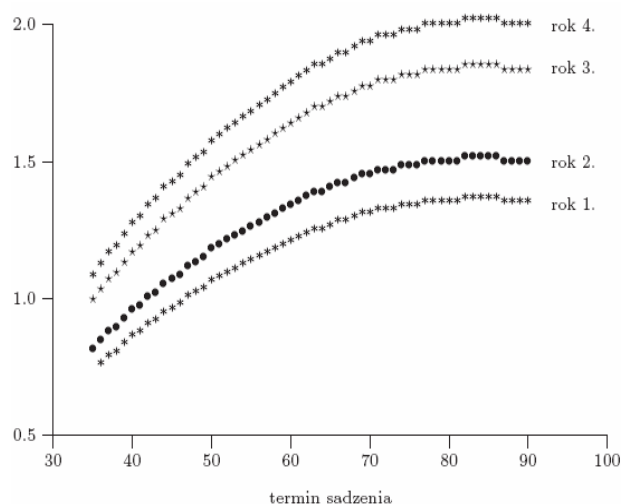
(obsadzona sałata) ze względów technicznych wynosi 900 m². Jeżeli na 1 m² posadzimy 16 sadzonek, to z całej powierzchni użytkowej powinno się uzyskać 14 400 główek sałaty. Na rysunku 1 przedstawiona jest cena główki sałaty w zależności od dnia zbioru.

Do badań wykorzystano uśrednione ceny główki sałaty obserwowane od 80 dnia od początku badanego okresu (jest to najwcześniejszy możliwy termin zbioru) do 212 dnia (koniec badanego okresu), w ciągu 4 lat. Ponieważ badano wyłącznie okres jesienno-zimowy, to obserwacje z każdego roku potraktowano jako kolejne powtórzenia. Ponadto wszystkie zaobserwowane ceny sprowadzono do warunków porównywalności ze względu na występującą inflację. Zależność ceny główki sałaty (C_s) od dnia zbioru (D_z) opisano za pomocą funkcji regresji (w nawiasach podano standardowe błędy oszacowania)

$$C_s(D_z) = - 6,94 + 0,131D_z - 0,00045D_z^2$$

(0,14) (0,002) (0,00001)

Na rysunku 2 przedstawiono koszty uprawy sałaty w zależności od terminu sadzenia sałaty.



Rys. 2. Koszty ogrzewania szklarni w zależności od terminu sadzenia, zł/szt.

Fig. 2. Costs of heating the greenhouse depending on the term of planting, PLN/head

Źródło: badania własne.

W badaniach ograniczono się wyłącznie do kosztów ogrzewania szklarni, ponieważ są kosztami zmiennymi w czasie i ze względu na bezpośredni wpływ ogrzewania na tempo wzrostu sałaty mogą wpływać nie tylko na zmianę wielkości zysku, ale również na moment, w którym oczekiwany zysk będzie maksymalny. Pozostałe koszty wpływają wyłącznie na wielkość zysku i są to koszty stałe. Za zysk jednostkowy przyjęto więc umownie nadwyżkę bieżącą, czyli różnicę przychodu i kosztów zmiennych. Na koszty ogrzewania wpływa długość okresu ogrzewania, ilość zużytej energii cieplnej i cena za jednostkę energii cieplnej. Przyjęto, że jest to stała cena za 1 GJ energii cieplnej. Koszty energii cieplnej rozliczane są kwartalnie, więc przyjęto pewną stałą średnią dzienną ilość dostarczanego

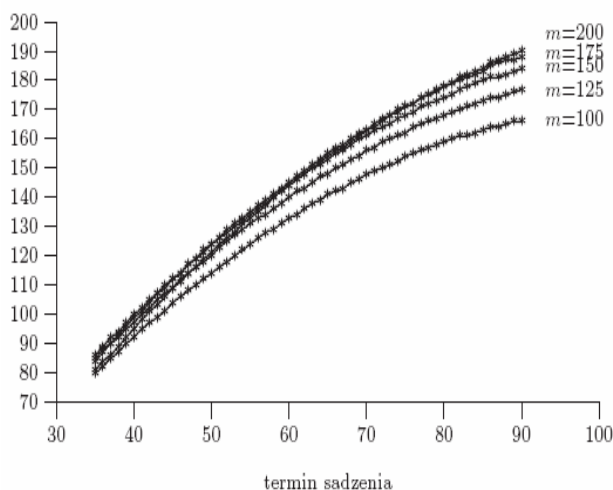
ciepła w kwartale. Długość okresu ogrzewania jest to liczba dni od posadzenia sałaty do dnia jej zbioru.

Łatwo zauważyć, że zarówno cena główki sałaty jak i koszty ogrzewania szklarni zależą od dnia zbioru. Długość okresu wzrostu, a tym samym dzień zbioru, zależą od ilości światła. W badanym okresie obserwowany jest deficyt intensywności promieniowania, a więc im później dokonamy rozsady tym dłuższy będzie okres wzrostu i późniejszy zbiór [Kobryń 1992]. Na długość okresu wzrostu wpływa również oczekiwana waga główki sałaty. Powstaje więc pytanie, kiedy wykonać rozsadę sałaty aby w optymalnym pod względem ekonomicznym terminie osiągnęła ona właściwą masę handlową. Aby odpowiedzieć na to pytanie przeprowadzono badania w oparciu o dane pochodzące z Katedry Warzywnictwa i Roślin Leczniczych SGGW. Zostały one udostępnione przez prof. Krystynę Kobryń. Dane te obejmowały terminy sadzenia, zbioru oraz masę główki sałaty z testów i doświadczeń, jakie zostały przeprowadzone w latach 1983-1986. Na potrzeby przeprowadzonych badań wybrano dane dotyczące sałaty masłowej odmiany Hag Edgar, której gęstość sadzenia wynosiła 16 sztuk na 1m². Na ich podstawie dopasowano funkcję opisującą dzień zbioru (D_z) w zależności od terminu sadzenia (t) i masy główki sałaty (m) (w nawiasach podano standardowe błędy oszacowania):

$$D_z(t,m) = -65,664 + 3,4179t - 0,0181t^2 + 0,572m - 0,002m^2 + 0,0042mt.$$

(12,926)
(0,4556)
(0,0038)
(0,104)
(0,004)
(0,0013)

Za masę handlową główki sałaty uważa się już 100g [Kobryń 1992], wobec tego wstępnie do badań wybrano następujące masy: m = (100g; 125g; 150g; 175g; 200g). Na rysunku 3 prezentowane są dni zbioru w zależności od terminu sadzenia dla wybranych mas handlowych główki sałaty.



Rys. 3. Dzień zbioru sałaty w zależności od terminu sadzenia

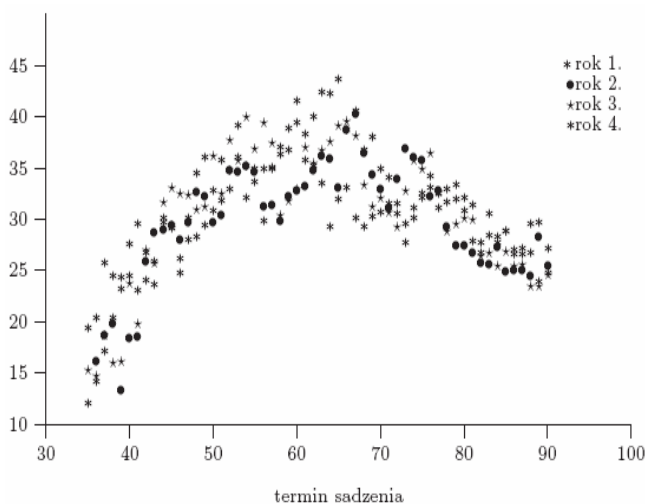
Fig. 3. Term of harvesting lettuce depending on the term of planting

Źródło: badania własne.

W dalszych badaniach ograniczono się do masy handlowej główki sałaty $m=150\text{g}$. Oczywiście podobne badania można przeprowadzić również dla innych mas, a interpretacja uzyskanych wyników będzie zbliżona do interpretacji wyników prezentowanych w pracy.

W przypadku $m=150\text{g}$ pierwszym możliwym terminem zbioru jest 86 dzień od początku badanego okresu, który przypada na 25.11 (termin sadzenia to 35 dzień od początku badanego okresu). Ostatni możliwy termin zbioru to 184 dzień od początku badanego okresu, który wypada 03.03 (termin sadzenia to 90 dzień od początku badanego okresu).

Podsumowując, dzień zbioru zależy od terminu wykonania rozsady i wymaganej masy główki sałaty. Od dnia zbioru zależy cena sałaty (tym samym i przychód ze sprzedaży) oraz koszty ogrzewania. Od wielkości przychodu i kosztów zależy z kolei zysk z uprawy i sprzedaży sałaty. Wobec tego na zysk wpływa termin sadzenia i masa handlowa główki sałaty. Na rysunku 4 prezentowana jest wielkości zysku w zależności od terminu sadzenia.



Rys. 4. Zysk w zależności od terminu sadzenia sałaty

Fig. 4. Profit depending on the term of planting lettuce

Źródło: badania własne.

Można przypuszczać, iż funkcję zysku w zależności od terminu sadzenia można zapisać w postaci wielomianu stopnia drugiego:

$$Z_m(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \kappa$$

gdzie $Z_m(t)$ oznacza zysk dla danej masy m główki sałaty, t jest terminem sadzenia sałaty, a κ oznacza błąd losowy. Przyjęto, że błędy losowe mają jednakowy rozkład normalny. Wykorzystując klasyczną metodę najmniejszych kwadratów dopasowano funkcję zysku (Z_m) w zależności od terminu sadzenia (t) dla badanej wielkości masy główki sałaty ($m=150\text{g}$) (w nawiasach podano standardowe błędy oszacowania):

$$Z_{150}(t) = - \underset{(3341,38)}{52234,96} + \underset{(111,75)}{2734,28t} - \underset{(0,888)}{21,204t^2}$$

Celem badań było punktowe i przedziałowe oszacowanie optymalnego terminu (t_{\max}) sadzenia sałaty, który zapewni maksymalny zysk z jej sprzedaży. Z matematycznego punktu widzenia zadanie to sprowadza się do oszacowania punktu maksimum kwadratowej funkcji regresji. Natomiast do oszacowania przedziałowego optymalnego terminu sadzenia sałaty wykorzystano przybliżony przedział ufności Studenta. Technika ta została szczegółowo zbadana i opisana w pracach Koziół i Zielińskiego. Autorzy podają tam między innymi, że przedział ten nie jest odporny na występującą w modelu autokorelację, a więc warunkiem uzyskania wiarygodnych wyników jest spełnione założenie o niezależności błędów losowych (κ) [Koziół i Zieliński 2003B; 2008]. W omawianym przypadku analiza wykazała, że błędy losowe są skorelowane. Nie jest zatem spełnione założenie o niezależności błędów losowych, a co za tym idzie skonstruowany w tej sytuacji przybliżony przedział ufności Studenta nie byłby wiarygodny i nie dałby pożądanych rezultatów. Wobec tego już na poziomie danych zneutralizowano występującą w modelu autokorelację. W tym celu wykorzystano zaproponowaną w pracy Koziół i Zielińskiego [2003B] technikę modyfikacji danych (opierającą się na rozkładzie Cholesky'ego). Następnie, na poziomie ufności $1-\alpha = 0,95$, zbudowano przybliżony przedział ufności Studenta dla optymalnego terminu wykonania rozsady sałaty (63;67). Na podstawie uzyskanych wyników można sądzić, że przy masie główki sałaty równej $m=150g$ maksymalnego zysku można spodziewać się, jeżeli sałata zostanie posadzona w czasie od 63 do 67 dnia od początku badanego okresu, czyli w dniach 3 do 7 listopada. Zbioru można się wtedy spodziewać około 153-155 dnia od początku badanego okresu, czyli w dniach od 30.01 do 03.02. Poziom ufności dla tego przedziału wynosi tyle ile założony, czyli 0,95.

Wnioski

Proponowana modyfikacja danych pozwoliła na „uwiarygodnienie” oszacowanego terminu sadzenia sałaty w uprawach szklarniowych (tym samym terminu zbioru sałaty). Można spodziewać się, że w 95 przypadkach na 100 maksymalny zysk ze sprzedaży sałaty osiągną będzie dla podanych w przedziałach terminów sadzenia sałaty. Wykorzystując proponowane w pracy techniki można skonstruować plan produkcji przewidujący największe zbiory w terminie przynoszącym największy zysk.

Zaproponowany w pracy przedział ufności dla optymalnego terminu sadzenia sałaty i sposób jego „uodpornienia” dają się łatwo wykorzystać w różnych zadaniach praktycznych. Metody te można z łatwością zaadaptować również do optymalizacji innych działań ekonomicznych, rolniczych i nierolniczych, przebiegających w odcinkach czasu.

Literatura

- Kobryń J. [1992]: Analiza wzrostu oraz prognozowanie długości cykli produkcji sałaty głowiastej (*Lactuca sativa* var. capitata L.) w jesienno-zimowej uprawie szklarniowej w zależności od warunków świetlnych. Wyd. SGGW, Warszawa.
- Koziół D., Zieliński W. [2003A]: Comparison of confidence intervals for maximum of a quadratic regression function. *Listy Biometryczne* t. 40, nr 2, ss. 57-64.
- Koziół D., Zieliński W. [2003B]: Robustness of confidence intervals for the maximum point of a quadratic regression against autocorrelation. *Listy Biometryczne* t. 40, nr 2, ss. 65-72.
- Koziół D., Zieliński W. [2008]: Robustification of confidence intervals for the maximum point of a quadratic regression against autocorrelation. *Listy Biometryczne* t. 45, nr 2, ss. 1-8.